UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un grupo inversor dispone de un máximo de 9 millones de euros para invertir en dos tipos de fondos de inversión, A y B. El fondo de inversión del tipo A tiene una rentabilidad del 4% anual y una limitación legal de 5 millones de euros de inversión máxima. El fondo de inversión del tipo B tiene una rentabilidad del 3% anual, deben invertirse al menos 2 millones de euros y no hay límite superior de inversión. El grupo inversor desea invertir en el fondo del tipo B, como máximo, el doble de lo invertido en el fondo del tipo A. ¿Qué cantidad debe invertir el grupo en cada tipo de fondo para obtener el máximo beneficio anual? Calcúlese dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4.$$

a) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.
b) Determínense los extremos relativos de f y esbócese su gráfica.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y la recta de ecuación $y = x + 1$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En una residencia universitaria viven 183 estudiantes, de los cuales 130 utilizan la biblioteca. De estos últimos, 70 estudiantes hacen uso de la lavandería, mientras que sólo 20 de los que no usan la biblioteca utilizan la lavandería. Se elige un estudiante de la residencia al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice la lavandería?
b) Si el estudiante elegido no utiliza la lavandería, ¿cuál es la probabilidad de que utilice la biblioteca?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Para medir el coeficiente de inteligencia μ de un individuo, se realizan tests cuya calificación X se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de media igual a μ y desviación típica igual a 15. Un cierto individuo realiza 9 tests con independencia.
a) Si la calificación media de dichos tests es igual a 108, determínese un intervalo de confianza al 95% para su coeficiente de inteligencia μ.
b) Si el individuo que ha realizado los 9 tests tiene un coeficiente de inteligencia $\mu = 110$, ¿cuál es la probabilidad de que obtenga una calificación media muestral mayor que 120?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a-2 & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \\ 2a & 2(a+1) & a+1 \end{pmatrix} \quad ; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad ; \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcúlense los valores de a para los cuales no existe la matriz inversa A^{-1}.
b) Para $a = -1$, calcúlese la matriz inversa A^{-1}.
c) Para $a = 0$, calcúlense todas las soluciones del sistema lineal $AX = O$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si} \quad x < 0 \\ ax+b & \text{si} \quad 0 \le x \le 3 \\ x-5 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

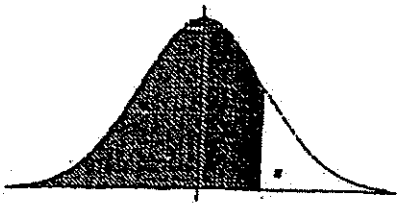
a) Calcúlense a y b para que la función f sea continua en todos los puntos.
b) ¿Existen valores de a y b para los cuales f es derivable en $x = 3$? Razónese la respuesta.
c) Para $a = 4$, $b = -1$, calcúlese la integral definida $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que $P(A) = 0,6$. Calcúlese $P(A \cap \overline{B})$ en cada uno de los siguientes casos:
a) A y B son mutuamente excluyentes.
b) $A \subset B$.
c) $B \subset A$ y $P(B) = 0,3$.
d) $P(A \cap B) = 0,1$.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
El saldo en cuenta a fin de año de los clientes de una cierta entidad bancaria se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 400 euros. Con el fin de estimar la media del saldo en cuenta a fin de año para los clientes de dicha entidad, se elige una muestra aleatoria simple de 100 clientes.
a) ¿Cuál es el nivel máximo de confianza de la estimación si se sabe que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional es menor o igual que 66 euros?
b) Calcúlese el tamaño mínimo necesario de la muestra que ha de observarse para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual que 40 euros, con un nivel de confianza del 95%.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

ATENCIÓN.– La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.– Deducción correcta de la función objetivo: 0,5 puntos.– Planteamiento correcto del problema de programación lineal: 0,5 puntos.– Representación correcta de la región factible o bien, obtención correcta de los vértices: 1 punto.– Localización del máximo: 0,5 puntos.– Obtención del valor máximo: 0,5 puntos.

Ejercicio 2.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 2.– a) 1 punto.– b) 0,75 puntos.– c) Planteamiento correcto de la integral como suma de dos integrales definidas: 0,5 puntos.– Obtención correcta de las primitivas: 0,25 puntos cada una.– Cálculo correcto del valor de la integral: 0,25 puntos.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 0,5 puntos.

Ejercicio 4.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

NOTA

La resolución de ejercicios por cualquier procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.